Fördermaterial  
zur Einführung von Gleichungen

Von Tobias Domokos, Macarena Larrain, Lukas Weith, Lars Holzäpfel,

Bärbel Barzel, Anika Dreher & Marita Friesen

Quelle: Barzel, B., Dreher, A., Friesen, M., Holzäpfel, L., Domokos, T., Larrain, M., Weith, L. (2022).  
*Die Bedeutung von Variablen.* Open Educational Resources. Online frei zugreifbar unter maco.dzlm.de/node/59.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | Die Waage | | |
|  | a) | Stelle dir vor, du bist eine Waage! Suche dir etwas aus deinem Haushalt, das etwa 1 kg wiegt (z. B. eine Wasserflasche, Mehl …).  Mein 1 kg Gegenstand?  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Versuche, mindestens 5 Gegenstände in deiner Wohnung oder deinem Haus zu finden, die genauso viel wiegen. Strecke dazu deine Arme zur Seite aus, sodass du selbst aussiehst wie eine Waage. Wenn sich beide Seiten gleich schwer anfühlen, hast du einen Gegenstand gefunden, der etwa 1 kg wiegt. Schreibe die 5 Gegenstände unten auf.  Welcher Gegenstand wiegt 1 kg?  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | |
|  |  | 1. Gegenstand \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  3. Gegenstand \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  5. Gegenstand \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | 2. Gegenstand \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  4. Gegenstand \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| 2 | Aus Rechenausdrücken werden Gleichungen | | |
|  | Welche Rechenausdrücke haben den gleichen Wert? Notiere deine Ergebnisse mit einer Gleichung. Versuche, so viele Gleichungen wie möglich zu finden.  20 + 5  4²  25  4² + 9  6² – 6  (2 + 2) · 2 · 2  3² + 2² + 4 · 3  (7 + 8) · 2  12 · 3 – 6 | | |
|  | 4² + 9  **=**  25  20 + 5  **=**  3² + 2² + 4 · 3  **=**  4²  (2 + 2) · 2 · 2  **=**  6² – 6  **=**  12 · 3 – 6  **=**  (7 + 8) · 2 | | |
| 3 | Die Bedeutung einer Gleichung  **(3x + 24) · 0,4 = 280** | | |
|  | a) | Emily, Finn und Can diskutieren über die Gleichung. Welche Aussage stimmt? Begründe deine Antwort. | |
|  | Emily | Mit der Gleichung kann ich herausfinden, welchen Wert ich für x einsetzen muss, damit der Term (3x + 24) · 0,4 den Wert 280 annimmt. | |
|  |  | Ich kann herausfinden, welchen Wert der Term für x = 280 hat.  Finn | |
|  |  | Can  Die Gleichung sagt mir, dass, egal welche Zahl ich für x einsetze, der Term (3x + 24) · 0,4 = 280 immer den Wert 280 annimmt. | |
|  |  | Wer hat recht?  Emily hat recht.  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Warum? Was haben die anderen falsch verstanden?  Finn hat nicht verstanden, dass das Gleichheitszeichen eine Aufforderung zum Herausfinden von x darstellt. Er will keine Gleichung lösen und x herausfinden, sondern einen Wert für x einsetzen, um den Wert des linken Terms zu berechnen.  Can sieht das Gleichheitszeichen als Zeichen der Gleichwertigkeit beider Terme. Die Variable wird von ihm als allgemeine Zahl gedeutet, für die beliebige Werte eingesetzt werden können, um die Gleichung zu erfüllen. | |

Illustration: Studio Wilma

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 4 | Das Gleichheitszeichen und seine Bedeutungen | |
|  | a) | Lies dir zunächst den Informationskasten durch. |
|  | Das Gleichheitszeichen kann unterschiedliche Bedeutungen haben. Oft **fordert es zum Rechnen auf**. Das liegt zum Beispiel vor bei: 2 + 3 =  Gleichungen können aber auch wie folgt aussehen: 2x + 6 = 3 + x.  Hier fordert uns das Gleichheitszeichen zum **Finden eines Wertes für die Unbekannte „x“** auf, mit dem die Gleichung erfüllt ist.  In anderen Situationen kann das Gleichheitszeichen die **Gleichwertigkeit von Termen** aufzeigen. Dies könnte dir von Gesetzen wie dem Kommutativgesetz bekannt sein. Hier zwei Beispiele:   |  |  | | --- | --- | | **Kommutativgesetz** | **Andere Gleichung** | | x + y = y + x | 2 · (x + 4) = 2 · x + 2 · 4 |   In diesem Fall fordert dich das Gleichheitszeichen nicht auf zu rechnen. Es zeigt an, dass die linke Seite der Gleichung (also der Term auf der linken Seite) immer den gleichen Wert hat, wie die rechte Seite der Gleichung (also der Term auf der rechten Seite). Egal was man für eine Zahl anstelle der Variable einsetzt. | | |
|  | b) | Formuliere die drei Bedeutungen des Gleichheitszeichens in eigenen Worten.  1. Bedeutung:  Das Gleichheitszeichen ist eine Aufforderung zum Berechnen der Lösung einer Aufgabe.  2. Bedeutung:  Das Gleichheitszeichen steht für die Aufforderung, einen Wert für die Unbekannte „x“ zu finden, um eine Gleichung zu erfüllen.  3. Bedeutung:  Das Gleichheitszeichen zeigt, dass zwei Terme den gleichen Wert haben, also gleichwertig sind. | |
|  | c) | Fülle die Tabelle aus. Tipp: Wenn es dir schwer fällt, die Tabelle auszufüllen, kannst du die Kärtchen ausschneiden und den Zellen zuordnen. | |
|  | d) | Wenn dir die Aufgabe nicht schwer gefallen ist, versuche selber 3 Gleichungen zu erfinden und diese in die untersten 3 Zeilen der Tabelle eintragen. | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | **Das Gleichheitszeichen …** | **Das habe ich daran erkannt …** | | 3x + 7 = 13 | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | …, dass die Gleichung nicht immer erfüllt ist, sondern nur für einen bestimmten Wert der Variable, den ich noch ausrechnen muss. | | 4 = 12 – 2f | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | …, dass eine Variable in der Gleichung vorhanden ist, deren Wert gesucht werden muss. | | x + x + 3 + x = 3x + 3 | … will mir die Gleichwertigkeit zweier Terme deutlich machen. | … , dass zwischen dem linken und dem rechten Term eine Umformung stattgefunden hat. | | 2 + 4 = ? | … fordert mich zum Rechnen auf. | … , dass es noch keine Gleichung ist und diese erst zur Gleichung wird, sobald ich einen Wert auf der anderen Seite des Gleichheitszeichens eintrage. | | 2m – 4r + 8 = -2r + m + 6 – 2r +2 + m | … will mir die Gleichwertigkeit zweier Terme deutlich machen. | …, dass ich alle Werte für die Variable(n) einsetzen kann und die Gleichheit immer gegeben ist. | | 3t + 9 = 18 + 12t | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | …, dass eine Variable in der Gleichung vorkommt und beide Terme nicht gleich aussehen. | | 5 + 6 = ? | … fordert mich zum Rechnen auf. | …, dass nur ein Term dasteht und ich nun den zweiten ausrechnen soll. | | ? = 12 – 4 | … fordert mich zum Rechnen auf. | …, dass die Gleichung noch nicht vollständig ist und aktuell nur aus einem Term besteht. | |  | … fordert mich zum Rechnen auf. |  | |  | … fordert mich zum Finden des Werts einer Unbekannten auf. |  | |  | … zeigt die die Gleichwertigkeit zweier Terme an. |  | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **Zum Ausschneiden** |
|  |  | |  |  |  | | --- | --- | --- | | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | … will mir die Gleichwertigkeit zweier Terme deutlich machen. | …, dass die Gleichung noch nicht vollständig ist und aktuell nur aus einem Term besteht. | | … , dass es noch keine Gleichung ist und diese erst zur Gleichung wird, sobald ich einen Wert auf der anderen Seite des Gleichheitszeichens eintrage. | …, dass eine Variable in der Gleichung vorkommt und beide Terme nicht gleich aussehen. | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | | … fordert mich zum Rechnen auf. | …, dass die Gleichung nicht immer erfüllt ist, sondern nur für einen bestimmten Wert der Variable, den ich noch ausrechnen muss. | … will mir die Gleichwertigkeit zweier Terme deutlich machen. | | … , dass zwischen dem linken und dem rechten Term eine Umformung stattgefunden hat. | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | …, dass nur ein Term dasteht und ich nun den zweiten ausrechnen soll. | | … fordert mich zum Finden eines Werts für die Unbekannte auf. | … fordert mich zum Rechnen auf. | … fordert mich zum Rechnen auf. | | …, dass nur ein Term dasteht und ich nun den zweiten ausrechnen soll. | …, dass ich alle Werte für die Variable(n) einsetzen kann und die Gleichheit immer gegeben ist. | …, dass eine Variable in der Gleichung vorhanden ist, deren Wert gesucht werden muss. | |